19. If $\vec{F} = 4xz\vec{i} - y^2\vec{j} + yz\vec{k}$, evaluate $\iint_S \vec{F}.\vec{n}dS$ where S is the surface of the cube bounded by $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$, $z = 1$.

$\vec{F} = 4xz\vec{i} - y^2\vec{j} + yz\vec{k}$ எனில் $\iint_S \vec{F}.\vec{n}dS$ யை மதிப்பிடுக. இங்கு S என்பது $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$, $z = 1$ என்ற பகுதிகளால் அடைபடும் கனசதுரத்தின் புறப்பரப்பாகும்.

SHANMUGA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

20. Verify Gauss's theorem for $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ taken over the region bounded by the planes $x = 0$, $x = a$, $y = 0$, $y = a$, $z = 0$, $z = a$.

$x = 0$, $x = a$, $y = 0$, $y = a$, $z = 0$, $z = a$ என்ற தளங்களால் அடைபடும் பகுதியை பொறுத்து $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ க்கு காஸின் தேற்றத்தை சரிபார்.

———————

NOVEMBER/DECEMBER 2024

23UMA31 — VECTOR CALCULUS

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL the questions.

1. Define vector point function.

வெக்டர் புள்ளி சார்பை வரையறு.

2. If $\vec{F} = e^{-t}\vec{i} + \log(1+t^2)\vec{j} - \tan\vec{k}$ then find $\frac{d^2\vec{F}}{dt^2}$.

$\vec{F} = e^{-t}\vec{i} + \log(1+t^2)\vec{j} - \tan\vec{k}$ எனில் $\frac{d^2\vec{F}}{dt^2}$.

3. If ϕ and ψ are scalar point functions and c is a constant then prove that $\nabla(c\phi) = c\nabla(\phi)$, where c is a constant.

ϕ மற்றும் ψ என்பவை ஸ்கேலர் புள்ளி சார்புகள் மற்றும் c என்பது மாறிலி எனில் $\nabla(c\phi) = c\nabla(\phi)$ என நிரூபி. இங்கு என்பது c மாறிலி.

12. (a) If $\phi(x, y, z) = x^2y + y^2x + z^2$ then find $\nabla\phi$ at point $(1, 1, 1)$.

$\phi(x, y, z) = x^2y + y^2x + z^2$ எனில் $\nabla\phi$ ன் மதிப்பை $(1, 1, 1)$ என்ற புள்ளியில் காண்க.

Or

(b) If $\vec{F} = xy^2\vec{i} + 2x^2yz\vec{j} - 3yz^2\vec{k}$ then find $div\vec{F}$ at the point $(1, 1, 1)$.

$\vec{F} = xy^2\vec{i} + 2x^2yz\vec{j} - 3yz^2\vec{k}$ எனில் $div\vec{F}$ ன் மதிப்பை $(1, 1, 1)$ என்ற புள்ளியில் காண்க.

13. (a) Prove that $\nabla.(\vec{u} \times \vec{v}) = \vec{v}.curl\vec{u} - \vec{u}.curl\vec{v}$.

$\nabla.(\vec{u} \times \vec{v}) = \vec{v}.curl\vec{u} - \vec{u}.curl\vec{v}$ என நிரூபி

Or

(b) Prove that $\nabla^2 f(r) = \frac{d^2f}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{df}{dr}$.

$\nabla^2 f(r) = \frac{d^2f}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{df}{dr}$ என நிரூபி.

ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

14. (a) Evaluate $\iiint_V \nabla.\vec{F}dv$ if $\vec{F} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$ and if V is the volume of the region enclosed by cube $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$, $0 \le z \le 1$.

$\vec{F} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$ மற்றும் V என்பது $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$, $0 \le z \le 1$ என்பவைகளால் அடைபடும் கன சதுரத்தின் கனஅளவு எனில் $\iiint_V \nabla.\vec{F}dv$ ன் மதிப்பை காண்க.

Or

(b) Evaluate $\iint_S \vec{F}.\vec{n}dS$ where $\vec{F} = yz\vec{i} + zx\vec{j} + xy\vec{k}$ and S is the part of the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ which lies in the first octant.

$\iint_S \vec{F}.\vec{n}dS$ யை மதிப்பிடுக. இங்கு $\vec{F} = yz\vec{i} + zx\vec{j} + xy\vec{k}$ மற்றும் S என்பது $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ என்ற கோளத்தின் முதல் கால்அரை பகுதியில் அமையும் புறப்பரப்பாகும்.

15. (a) Verify Stoke's theorem for $\vec{F} = x^2\vec{i} + xy\vec{j}$ taken round the square in the xy plane whose sides are $x = 0$, $x = a$, $y = 0$, $y = a$.

$x = 0$, $x = a$, $y = 0$, $y = a$ என்ற பக்கங்களை உடைய xy தளத்தில் அமையும் சதுரத்தை பொறுத்து $\vec{F} = x^2\vec{i} + xy\vec{j}$ என்ற சார்புக்கு ஸ்டோக்ஸ் தேற்றத்தை சரிபார்.

Or